13/1

OSTWALD'S KLASSIKER

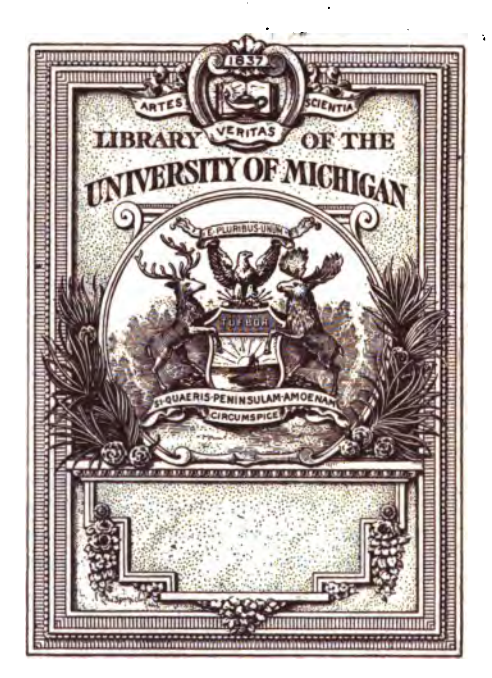
DER

EXAKTEN WISSENSCHAFTEN

8. In Leinen gebunden.

Es sind bis jetzt erschienen aus den Gebieten der

Nr. 1. H. Hel).
» 2. C.F.G :-
hältnis d
Abstos).
» 7. F.W.I g.
von H.
» 10. F. Neu e.
(1845.)
» 11. Galile b.
zwei n ıg
m. 26 ı.
v. Oe
» 12. Kant' d.
Versu es
ganzer lt.
(1755. 0.
» 13. Coulo).)
Übers 0.
» 20. Chr. I on
E. Lo
» 21. W. Hi o-
lyse. (d.
(87 S.
» 23. ——).)
M 1.50.



» 24. **Galileo Galilei,** Unterredungen u. mathem. Demonstrationen über 2 neue Wissenszweige etc. (1638.) 3. u. 4. Tag mit 90 Fig. im Text. Aus dem Italien. u. Latein. übers. u. herausg. von A. von Oettingen. (141 S.) *M* 2.—.

—— Anhang zum 3. u. 4. Tag, 5. u. 6. Tag, mit 23 Fig. im . Aus dem Italien. u. Latein. übers. u. herausg. von A. von ingen. (66 S.) *M* 1.20.

Nr. 31. **Lambert's** Photometrie. (Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae). (1760.) Deutsch herausg. v. E. Anding. Erstes Heft: Theil I und II. Mit 35 Fig. im Text. (135 S.) ℳ 2.—.

» 32. ——— Zweites Heft: Theil III, IV und V. Mit 32 Figuren im Text. (112 S.) ℳ 1.60.

» 33. ——— Drittes Heft: Theil VI und VII. — Anmerkungen. Mit 8 Figuren im Text. (172 S.) ℳ 2.50.

» 36. **F. Neumann,** Über ein allgemein. Princip der mathemat. Theorie inducirter elektr. Ströme. (1847.) Herausg. von C. Neumann. Mit 10 Fig. im Text. (96 S.) ℳ 1.50.

» 37. **S. Carnot,** Betrachtungen üb. d. bewegende Kraft d. Feuers und die zur Entwickelung dieser Kraft geeigneten Maschinen. (1824.) Übersetzt und herausgegeben von W. Ostwald. Mit 5 Figuren im Text. (72 S.) ℳ 1.20.

» 40. **A. L. Lavoisier u. P. S. de Laplace,** Zwei Abhandlungen über die Wärme. (Aus den Jahren 1780 u. 1784.) Herausg. v. J. Rosenthal. Mit 13 Figuren im Text. (74 S.) ℳ 1.20.

» 44. Das Ausdehnungsgesetz der Gase. Abhandlungen von **Gay-Lussac, Dalton, Dulong** u. **Petit, Rudberg, Magnus, Regnault.** (1802-1842.) Herausg. von W. Ostwald. Mit 33 Textfiguren. (213 S.) ℳ 3. —.

» 52. **Aloisius Galvani,** Abhandlung üb. d. Kräfte der Electricität bei der Muskelbewegung. (1791.) Herausgegeben von A. J. v. Oettingen. Mit 21 Fig. auf 4 Taf. (76 S.) ℳ 1.40.

» 53. **C. F. Gauss,** Die Intensität der erdmagnetischen Kraft auf absolutes Maass zurückgeführt. In der Sitzung der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen am 15. December 1832 vorgelesen. Herausgegeben von E. Dorn. (62 S.) ℳ 1.—.

» 54. **J. H. Lambert,** Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land- und Himmelscharten. (1772.) Herausgegeben von A. Wangerin. Mit 21 Textfiguren. (96 S.) ℳ 1.60.

» 55. **Lagrange** u. **Gauss,** Abhandlungen über Kartenprojection. (1779 u. 1822.) Herausgeg. v. A. Wangerin. Mit 2 Textfig. (102 S.) ℳ 1.60.

» 56. **Ch. Blagden,** Die Gesetze der Überkaltung und Gefrierpunkts-erniedrigung. 2 Abhandlungen. (1788.) Herausgegeben von A. J. v. Oettingen. (49 S.) ℳ —.80.

» 57. **Fahrenheit, Réaumur, Celsius,** Abhandlungen über Thermometrie. (1724, 1730—1733, 1742.) Herausgegeben von A. J. v. Oettingen. Mit 17 Fig. im Text. (140 S.) ℳ 2.40.

» 59. **Otto von Guericke's** neue »Magdeburgische« Versuche über den leeren Raum. (1672.) Aus dem Lateinischen übersetzt und mit Anmerkungen herausgegeben von Friedrich Dannemann. Mit 15 Textfiguren. (116 S.) ℳ 2.—.

Nr. 61. **G. Green,** Ein Versuch, die mathematische Analysis auf die Theorieen der Elektricität und des Magnetismus anzuwenden. (Veröffentlicht 1828 in Nottingham.) Herausgegeben von A. v. Oettingen und A. Wangerin. (140 S.) ℳ 1.80.

» 63. **Hans Christian Oersted** und **Thomas Johann Seebeck,** Zur Entdeckung des Elektromagnetismus. (1820—1821.) Herausgegeben von A. J. v. Oettingen. Mit 30 Textfiguren. (83 S.) ℳ 1.40.

» 69. **James Clerk Maxwell,** Über Faraday's Kraftlinien. (1855 u. 1856.) Herausgegeben von L. Boltzmann. (130 S.) ℳ 2.—.

» 70. **Th. J. Seebeck,** Magnetische Polarisation der Metalle und Erze durch Temperatur-Differenz. (1822—1823.) Herausgegeben von A. J. von Oettingen. Mit 33 Textfiguren. (120 S.) ℳ 2.—.

» 76. **F. E. Neumann,** Theorie der doppelten Strahlenbrechung, abgeleitet aus den Gleichungen der Mechanik. (1832.) Herausgegeben von A. Wangerin. (52 S.) ℳ —.80.

» 79. **H. Helmholtz,** 2 hydrodynamische Abhandlungen. I. Über Wirbelbewegungen. (1858.) — II. Über discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen. (1868.) Herausg. v. A. Wangerin. (80 S.) ℳ 1.20.

» 80. —— Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden. (1859.) Herausgegeben von A. Wangerin. (132 S.) ℳ 2.—.

» 81. **Michael Faraday,** Experimental-Untersuchungen über Elektricität. I. u. II. Reihe. (1832.) Mit 41 Figuren im Text. Herausgegeben von A. J. von Oettingen. (96 S.) ℳ 1.50.

» 86. —— —— III. bis V. Reihe. (1833.) Mit 15 Figuren im Text. Herausgegeben von A. J. von Oettingen. (104 S.) ℳ 1.60.

» 87. —— —— VI. bis VIII. Reihe. (1834.) Mit 48 Figuren im Text. Herausgegeben von A. J. von Oettingen. (180 S.) ℳ 2.60.

» 93. **Leonhard Euler,** Drei Abhandlungen üb. Kartenprojection. (1777.) Herausg. von A. Wangerin. Mit 9 Fig. im Text. (78 S.) ℳ 1.20.

» 96. **Sir Isaac Newton's** Optik oder Abhandlung über Spiegelungen, Brechungen, Beugungen und Farben des Lichts. (1704.) Übersetzt und herausgegeben von William Abendroth. I. Buch. Mit dem Bildniss von Sir Isaac Newton u. 46 Fig. im Text. (132 S.) ℳ 2.40.

» 97. —— —— II. u. III. Buch. Mit 12 Fig. im Text. (156 S.) ℳ 2.40.

» 99. **R. Clausius,** Über die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen. (1850). Herausgegeben von Max Planck. Mit 4 Figuren im Text. (55 S.) ℳ —.80.

» 100. **G. Kirchhoff,** Abhandlungen über Emission und Absorption. (1859—1862). Herausgegeben von Max Planck. Mit dem Bildniss von G. Kirchhoff und 5 Figuren im Text. (41 S.) ℳ 1.—.



geb. d. 12. März 1824 in Königsberg. gest. d. 17. October 1887 in Berlin.

Verlag v. Wilhelm Engelmann, Leipzig. Heliog. Meisenbach Riffarth u. Co. Leipzig.



geb. d. 12. März 1824 in Königsberg, gest. d. 17. October 1887 in Berlin.

Verlag v. Wilhelm Engelmann, Leipzig. Hel. Meisenbach Riffarth u. Co. Leipzig.



Abhandlungen

über

EMISSION UND ABSORPTION



von

G. KIRCHHOFF.

I. Ueber die Fraunhofer'schen Linien. (1859.)

II. Ueber den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme. (1859.)

III. Ueber das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht. (1860—1862.)

Herausgegeben

von

Max Planck.

Mit dem Bildniss von *G. Kirchhoff* und 5 Figuren im Text.

LEIPZIG

VERLAG VON WILHELM ENGELMANN

1898.

[564] I.

Ueber die Fraunhofer'schen Linien.

Bei Gelegenheit einer von *Bunsen* und mir in Gemeinschaft ausgeführten Untersuchung[1]) über die Spectren farbiger Flammen, durch welche es uns möglich geworden ist, die qualitative Zusammensetzung complicirter Gemenge aus dem Anblick des Spectrums ihrer Löthrohrflamme zu erkennen, habe ich einige Beobachtungen gemacht, welche einen unerwarteten Aufschluss über den Ursprung der *Fraunhofer*'schen Linien geben und zu Schlüssen berechtigen von diesen auf die stoffliche Beschaffenheit der Atmosphäre der Sonne und vielleicht auch der helleren Fixsterne.

Fraunhofer hat bemerkt, dass in dem Spectrum einer Kerzenflamme zwei helle Linien auftreten, die mit den beiden dunkeln Linien *D* des Sonnenspectrums zusammenfallen. Dieselben hellen Linien erhält man lichtstärker von einer Flamme, in die man Kochsalz gebracht hat. Ich entwarf ein Sonnenspectrum und liess dabei die Sonnenstrahlen, bevor sie auf den Spalt fielen, durch eine kräftige Kochsalzflamme treten. War das Sonnenlicht hinreichend gedämpft, so erschienen an Stelle der beiden dunkeln Linien *D* zwei helle Linien; überstieg die Intensität jenes aber eine gewisse Grenze, so zeigten sich die beiden dunkeln Linien *D* in viel grösserer Deutlichkeit, als ohne die Anwesenheit der Kochsalzflamme.

Das Spectrum des *Drummond*'schen Lichtes enthält der [565] Regel nach die beiden hellen Natriumlinien, wenn die leuchtende Stelle des Kalkcylinders noch nicht lange der Glühhitze ausgesetzt war; bleibt der Kalkcylinder unverrückt, so werden diese Linien schwächer und verschwinden endlich ganz. Sind sie verschwunden oder nur schwach hervortretend, so bewirkt eine Alkoholflamme, in die Kochsalz gebracht ist und die zwischen den Kalkcylinder und den Spalt gestellt

wird, dass an ihrer Stelle zwei dunkle Linien von ausgezeichneter Schärfe und Feinheit sich zeigen, die in jeder Hinsicht mit den Linien *D* des Sonnenspectrums übereinstimmen. Es sind so die Linien *D* des Sonnenspectrums in einem Spectrum, in dem sie natürlich nicht vorkommen, künstlich hervorgerufen.

Bringt man in die Flamme der *Bunsen*'schen Gaslampe Chlorlithium, so zeigt das Spectrum derselben eine sehr helle, scharf begrenzte Linie, die in der Mitte der *Fraunhofer*schen Linien *B* und *C* liegt. Lässt man Sonnenstrahlen von mässiger Intensität durch die Flamme auf den Spalt fallen, so sieht man an dem bezeichneten Orte die Linie hell auf dunklerem Grunde; bei grösserer Stärke des Sonnenlichts aber tritt an ihrer Stelle eine dunkle Linie auf, die ganz denselben Charakter hat wie die *Fraunhofer*'schen Linien. Entfernt man die Flamme, so verschwindet die Linie, so weit ich habe sehen können, vollständig.

Ich schliesse aus diesen Beobachtungen, dass farbige Flammen, in deren Spectrum helle, scharfe Linien vorkommen, Strahlen von der Farbe dieser Linien, wenn dieselben durch sie hindurchgehen, so schwächen, dass an Stelle der hellen Linien dunkle auftreten, sobald hinter der Flamme eine Lichtquelle von hinreichender Intensität angebracht wird, in deren Spectrum diese Linien sonst fehlen. Ich schliesse weiter, dass die dunkeln Linien des Sonnenspectrums, welche nicht durch die Erdatmosphäre hervorgerufen werden, durch die Anwesenheit derjenigen Stoffe in der glühenden Sonnenatmosphäre entstehen, welche in dem Spectrum einer Flamme helle Linien an demselben Orte erzeugen. Man darf annehmen, dass die hellen mit *D* übereinstimmenden Linien im Spectrum einer Flamme stets von einem Natriumgehalte derselben herrühren; die dunkeln Linien *D* im Sonnenspectrum lassen daher schliessen, [**566**] dass in der Sonnenatmosphäre Natrium sich befindet. *Brewster* hat im Spectrum der Salpeterflamme helle Linien aufgefunden am Orte der *Fraunhofer*'schen Linien *A*, *a*, *B*; diese Linien deuten auf einen Kaliumgehalt der Sonnenatmosphäre. Aus meiner Beobachtung, nach der dem rothen Lithiumstreifen keine dunkle Linie im Sonnenspectrum entspricht, würde mit Wahrscheinlichkeit folgen, dass Lithium in der Atmosphäre der Sonne nicht, oder doch nur in verhältnissmässig geringer Menge vorkommt.

Die Untersuchung der Spectren farbiger Flammen hat

hiernach ein neues und hohes Interesse gewonnen; ich werde gemeinschaftlich mit *Bunsen* dieselbe so weit führen, als es unsere Mittel gestatten. Dabei werden wir die durch meine Beobachtungen festgestellte Schwächung der Lichtstrahlen in Flammen weiter erforschen. Bei den Versuchen, die in dieser Richtung von uns bereits angestellt sind, hat sich schon eine Thatsache ergeben, die uns von grosser Wichtigkeit zu sein scheint. Das *Drummond*'sche Licht erfordert, damit in ihm die Linien *D* dunkel hervortreten, eine Kochsalzflamme von niederer Temperatur. Die Flamme von wässerigem Alkohol ist hierzu geeignet, die Flamme der *Bunsen*'schen Gaslampe aber nicht. Bei der letzteren bewirkt die kleinste Menge von Kochsalz, sobald sie überhaupt sich bemerklich macht, dass die hellen Natriumlinien sich zeigen. Wir behalten es uns vor, die Consequenzen zu entwickeln, die an diese Thatsache sich knüpfen lassen.

---

[566] II.

Ueber den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme.

Vor einigen Wochen habe ich die Ehre gehabt, der Akademie eine Mittheilung[2]) über einige Beobachtungen zu machen, die mir namentlich deshalb von Interesse zu sein schienen, weil sie Schlüsse über die chemische Beschaffenheit der Sonnenatmosphäre ermöglichen. Von diesen Beobachtungen ausgehend, bin [567] ich jetzt durch eine sehr einfache theoretische Betrachtung zu einem allgemeinen Satze gelangt, der mir in vielfacher Beziehung von Wichtigkeit zu sein scheint, und den ich deshalb mir erlaube der Akademie vorzulegen. Er spricht eine Eigenschaft aller Körper aus, die sich auf die Emission und Absorption von Wärme und Licht bezieht.

Wenn man in die nichtleuchtende Flamme der *Bunsen*schen Lampe Chlornatrium oder Chlorlithium bringt, so erhält man einen glühenden Körper, welcher nur Licht von gewisser Wellenlänge aussendet und nur Licht von derselben Wellenlänge absorbirt. In dieser Weise lässt sich das Resultat der erwähnten Beobachtungen aussprechen. Wie derselbe den dunkeln Wärmestrahlen gegenüber in Beziehung auf Emission und Absorption sich verhält, weiss man nicht; aber es erscheint als unbedenklich, sich einen Körper als möglich vorzustellen, der von allen Wärmestrahlen, den leuchtenden wie den dunkeln, nur Strahlen einer Wellenlänge aussendet und nur Strahlen derselben Wellenlänge absorbirt. Giebt man dieses zu und betrachtet überdies einen Spiegel, der alle Strahlen vollständig reflectirt, als möglich, so kann man aus den allgemeinen Grundsätzen der mechanischen Wärmetheorie sehr leicht beweisen, dass für Strahlen derselben Wellenlänge bei derselben Temperatur das Verhältniss des

Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen bei allen Körpern dasselbe ist.

Man denke sich in Gestalt einer unbegrenzten Platte einen Körper C, der nur Strahlen von der Wellenlänge $\varLambda$ aussendet und nur solche absorbirt; diesem gegenübergestellt sei ein Körper c in Gestalt einer ähnlichen Platte, der Strahlen von allen möglichen Wellenlängen aussendet und absorbirt; die äusseren Flächen dieser Platten seien mit den vollkommenen Spiegeln R und r bedeckt. Wenn in diesem Systeme die Gleichheit der Temperatur sich einmal hergestellt hat, so muss jeder der beiden Körper dieselbe Temperatur behalten, also durch Absorption so viel Wärme aufnehmen, als er durch Ausstrahlung verliert.[3] Nun betrachte man von den Strahlen, die c aussendet, zuerst diejenigen von einer Wellenlänge λ, die verschieden von $\varLambda$ ist. Auf diese Strahlen hat der Körper C keinen Einfluss; sie werden [568] von dem Spiegel R so reflectirt, als ob C gar nicht vorhanden wäre; ein gewisser Theil von ihnen wird dann von c absorbirt, die übrigen gelangen zum zweiten Male an den Spiegel R, werden von diesem abermals reflectirt, von c theilweise absorbirt u. s. f. Alle Strahlen von der Wellenlänge λ, die der Körper c aussendet, werden auf diese Weise nach und nach wieder von ihm aufgenommen. Da dieses für alle Werthe von λ gilt, die verschieden von $\varLambda$ sind, so erfordert die Unveränderlichkeit der Temperatur des Körpers c, dass dieser von den Strahlen der Wellenlänge $\varLambda$ so viel absorbirt, als er selbst aussendet. Für diese Wellenlänge sei e das Emissionsvermögen, a das Absorptionsvermögen des Körpers c, E und A seien die entsprechenden Grössen für den Körper C. Von der Strahlenmenge E, die C aussendet, absorbirt dann c die Menge aE und wirft $(1-a)\,E$ zurück; hiervon absorbirt C die Menge $A(1-a)E$ und wirft $(1-A)(1-a)E$ nach c zurück, welches davon $a(1-A)(1-a)E$ absorbirt. Setzt man diese Betrachtung fort, so sieht man, dass c von E eine Strahlenmenge aufnimmt, die, wenn man der Kürze wegen

$$(1-A)(1-a)=k$$

setzt,

$$=aE(1+k+k^2+k^3+\cdots),$$

d. h.

$$= \frac{aE}{1-k}$$

ist. Von der Strahlenmenge e, die c selbst aussendet, absorbirt c, wie eine ähnliche Ueberlegung zeigt, die Menge

$$\frac{a(1-A)e}{1-k}.$$

Die Bedingung dafür, dass die Temperatur von c sich nicht ändert, ist daher die Gleichung[4])

$$e = \frac{aE}{1-k} + \frac{a(1-A)e}{1-k},$$

d. h. die Gleichung

$$\frac{e}{a} = \frac{E}{A}.$$

Zu derselben Gleichung gelangt man, wenn man die Bedingung dafür entwickelt, dass die Temperatur von C constant bleibt. [**569**] Denkt man sich den Körper c durch einen anderen ersetzt von derselben Temperatur, so findet man durch Wiederholung der angestellten Betrachtung denselben Werth für das Verhältniss des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen dieses Körpers für die Strahlen derselben Wellenlänge λ. Die Wellenlänge λ und die Temperatur sind aber willkürlich. Es folgt also der Satz, dass für Strahlen derselben Wellenlänge bei derselben Temperatur das Verhältniss des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen bei allen Körpern dasselbe ist.

Die Begriffe des Emissionsvermögens und des Absorptionsvermögens beziehen sich hierbei zunächst auf den Fall, dass der Körper eine unbegrenzte Platte bildet, die auf der einen Seite mit einem vollkommenen Spiegel belegt ist. Aber die Strahlenmenge, welche eine frei stehende Platte nach einer Seite hin aussendet, ist eben so gross als die Strahlenmenge, welche eine mit einem solchen Spiegel versehene Platte von der halben Dicke ausgiebt, und diese beiden Platten bringen eine gleiche Absorption bei auffallenden Strahlen hervor. Man kann hiernach bei dem ausgesprochenen Satze das Emissionsvermögen des Körpers auch definiren als die Strahlenmenge, die eine frei stehende, aus dem Körper gebildete, unbegrenzte Platte nach einer Seite hin aussendet, und das Absorptionsvermögen als die Strahlenmenge, welche dieselbe

Platte absorbirt von der Einheit der Strahlenmenge, die sie trifft.

Das allen Körpern gemeinsame Verhältniss des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen $\frac{e}{a}$ ist eine Function der Wellenlänge und der Temperatur. Bei niederen Temperaturen ist diese Function $= 0$ für die Wellenlängen der sichtbaren Strahlen, von 0 verschieden für grössere Werthe der Wellenlänge [5]; bei höheren Temperaturen hat die Function auch für die Wellenlängen der sichtbaren Strahlen endliche Werthe. Bei derjenigen Temperatur, bei der die Function aufhört $= 0$ zu sein für die Wellenlänge eines gewissen sichtbaren Strahls, fangen alle Körper an, Licht von der Farbe dieses Strahls auszusenden, mit Ausnahme derjenigen, welche für diese Farbe und diese Temperatur ein verschwindend kleines Absorptionsvermögen haben; je grösser das Absorptionsvermögen ist, desto mehr [570] Licht strahlt der Körper aus. Die Erfahrung, dass die undurchsichtigen Körper bei derselben Temperatur erglühen, die durchsichtigen Gase hierzu aber eine viel höhere Temperatur erfordern, und dass die letzteren bei der nämlichen Temperatur immer schwächer leuchten als jene, findet hierin ihre Erklärung. Ferner folgt, dass, wenn ein glühendes Gas ein discontinuirliches Spectrum giebt, und man durch dasselbe Strahlen von hinreichender Intensität gehen lässt, die an sich ein Spectrum ohne dunkle oder helle Streifen darbieten, dunkle Streifen an den Stellen des Spectrums auftreten müssen, an denen die hellen Streifen im Spectrum des glühenden Gases lagen. Der Weg, den ich in meiner früheren Mittheilung als geeignet zur chemischen Analyse der Sonnenatmosphäre bezeichnet habe, hat hierdurch seine theoretische Begründung erhalten.

Ich benutze diese Gelegenheit, um einen Erfolg zu erwähnen, den ich auf diesem Wege seit meiner früheren Mittheilung gewonnen zu haben meine. Nach den Untersuchungen von *Wheatstone*, *Masson*, *Angström* und Anderen weiss man, dass im Spectrum eines electrischen Funkens helle Linien sich zeigen, die von der Natur der Metalle abhängig sind, zwischen denen der Funke überspringt, und man kann annehmen, dass diese Linien übereinstimmen mit denjenigen, die in dem Spectrum einer Flamme von sehr hoher Temperatur sich bilden würden, wenn man in diese dasselbe Metall in passender Form brächte. Ich habe den grünen Theil des

Spectrums des electrischen Funkens zwischen Eisenelectroden untersucht und in diesem eine grosse Zahl von hellen Linien gefunden, die mit dunkeln Linien des Sonnenspectrums zu coincidiren scheinen. Bei einzelnen Linien ist die Coincidenz wohl kaum mit Sicherheit zu constatiren; aber ich habe dieselbe bei vielen Gruppen zu sehen geglaubt und zwar in der Weise, dass den helleren Linien im Funkenspectrum die dunkleren im Sonnenspectrum entsprachen; hieraus glaube ich schliessen zu dürfen, dass diese Coincidenzen nicht nur scheinbare waren. Wurde der Funke zwischen anderen Metallen, z. B. zwischen Kupferelectroden gebildet, so fehlten diese hellen Linien. Ich halte mich für berechtigt, hieraus den Schluss zu ziehen, dass unter den Bestandtheilen der glühenden Sonnenatmosphäre sich Eisen befindet, [571] einen Schluss, der übrigens sehr nahe liegt, wenn man das häufige Vorkommen des Eisens in der Erde und in den Meteorsteinen bedenkt. Von den dunkeln Linien des Sonnenspectrums, die mit hellen des Eisenspectrums zusammenzufallen scheinen, kann ich mit Bezugnahme auf die von *Fraunhofer* gegebene Zeichnung des Sonnenspectrums nur wenige beschreiben; es gehören zu diesen die Linie *E*, einige weniger scharfe Linien dicht neben *E* nach dem violetten Ende des Spectrums hin und eine Linie, die zwischen den beiden nächsten der drei sehr ausgezeichneten Linien sich befindet, die *Fraunhofer* bei *b* gezeichnet hat.

---

[571] III.

Ueber das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht.

(Hierzu 5 Textfiguren.)

§ 1.

Annahmen.

Die Wärmestrahlen sind ihrer Natur nach den Lichtstrahlen gleich; diese bilden eine specielle Classe jener. Die nicht sichtbaren Wärmestrahlen unterscheiden sich von den Lichtstrahlen nur durch den Werth der Schwingungsdauer oder Wellenlänge.

Alle Wärmestrahlen gehorchen bei ihrer Fortpflanzung denselben Gesetzen, die für die Lichtstrahlen erkannt worden sind.

Ein leuchtender Körper, der in einem leeren Raume sich befindet, sendet Lichtstrahlen aus, die unabhängig von den Körpern sind, auf welche sie fallen; entsprechend sind alle Wärmestrahlen, welche ein Körper aussendet, unabhängig von den Körpern, die die Umgebung jenes bilden.

Von den Wärmestrahlen, die dem Körper von seiner Umgebung [572] zugeschickt werden, wird ein Theil absorbirt, der andere in Richtungen, die durch Reflexion und Brechung geändert sind, wieder fortgesandt. Die von ihm gebrochenen und reflectirten Strahlen bestehen neben den von ihm ausgesendeten, ohne dass eine gegenseitige Störung stattfindet.

Durch die Wärmestrahlen, welche ein Körper aussendet,

wird der Regel nach die Wärmemenge, die er enthält, einen Verlust erleiden, der der lebendigen Kraft jener Strahlen äquivalent ist, und durch die Wärmestrahlen, die er absorbirt, einen Gewinn, der äquivalent ist der lebendigen Kraft der absorbirten Strahlen. In gewissen Fällen kann aber eine Ausnahme von dieser Regel stattfinden, indem die Absorption und die Ausstrahlung andere Veränderungen des Körpers bewirkt, wie z. B. bei Körpern, die vom Lichte chemisch verändert werden, und Lichtsaugern, die durch die Ausstrahlung des Lichtes, welches sie aufgenommen haben, die Eigenschaft zu leuchten verlieren. Solche Fälle sollen ausgeschlossen werden durch die Annahme, dass der Körper die Eigenschaft besitzt, weder durch die Strahlen, die er aussendet oder absorbirt, noch durch andere Einflüsse, denen er ausgesetzt ist, irgend eine Veränderung zu erleiden, wenn seine Temperatur durch Zuführung oder Entziehung von Wärme constant erhalten wird. Unter dieser Bedingung ist nach dem Satze von der Aequivalenz von Wärme und Arbeit die Wärmemenge, welche dem Körper in einer gewissen Zeit zugeführt werden muss, um die Abkühlung zu verhindern, die in Folge seiner Strahlung eintreten würde, äquivalent der lebendigen Kraft der ausgesendeten Strahlen, und die Wärmemenge, welche ihm entzogen werden muss, um die Erwärmung durch Absorption von Wärmestrahlen aufzuheben, äquivalent der lebendigen Kraft der absorbirten Strahlen.

Ein Körper, welcher dieser Bedingung genügt, sei in eine Hülle eingeschlossen, die dieselbe Temperatur wie er hat, durch die keine Wärmestrahlen hindurchgehen können, deren Temperatur constant erhalten wird, und die derselben Bedingung genügt. Der Körper sendet Wärmestrahlen aus und wird getroffen von solchen, die theils von der Hülle ausgegangen, theils durch Reflexion von dieser zu ihm zurückgeworfen sind; [573] er absorbirt einen Theil dieser. Seine Temperatur muss dabei dieselbe bleiben, ohne dass ihm Wärme entzogen oder mitgetheilt wird, wie aus dem Principe folgt, aus dem der *Carnot*'sche Satz sich ergiebt. Es muss deshalb die lebendige Kraft der Strahlen, die er in gewisser Zeit aussendet, gleich der lebendigen Kraft der Strahlen sein, die er in derselben Zeit absorbirt.

Der zu führende Beweis, der auf diesen Schluss sich stützt, erfordert die genaue Untersuchung der Strahlen, die

zwischen dem Körper und der Hülle hin- und hergehen; diese Untersuchung wird wesentlich erleichtert, wenn man sich die Hülle, ganz oder zum grössten Theile, aus Körpern gebildet denkt, die bei unendlich kleiner Dicke alle Strahlen, die auf sie fallen, vollständig absorbiren.

Ich will solche Körper vollkommen schwarze, oder kürzer schwarze nennen.[6]) Ein schwarzer Körper, in diesem Sinne des Wortes, muss dasselbe Brechungsverhältniss haben, wie das Mittel, in dem die Strahlung erfolgt; dann tritt an seiner Oberfläche keine Reflexion ein, und alle auffallenden Strahlen können vollständig absorbirt werden. Dichter Joddampf in Berührung mit atmosphärischer Luft, oder Pech in Berührung mit Glas können nahezu als schwarze Körper betrachtet werden, nicht aber Joddampf in Berührung mit Glas oder Pech in Berührung mit Luft. Es soll hier zunächst die Strahlung im leeren Raume untersucht werden; die schwarzen Körper, von welchen die Rede sein wird, müssen daher ein Brechungsverhältniss haben, welches nur unendlich wenig von 1 verschieden ist.

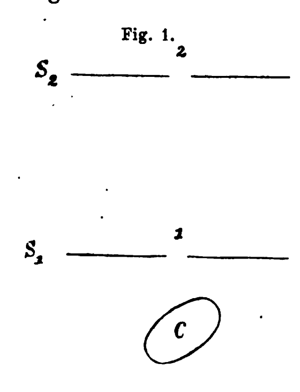
Die Annahme, dass solche schwarze Körper denkbar sind, bildet ein wesentliches Hülfsmittel bei dem Beweise, der hier geführt werden soll. Ferner wird angenommen werden, dass vollkommen diathermane Körper denkbar sind, also solche, die von auffallenden Wärmestrahlen — welcher Natur diese auch sein mögen — Nichts absorbiren, und endlich, dass ein vollkommener Spiegel denkbar ist, d. h. ein Körper, welcher alle Wärmestrahlen vollständig reflectirt. Ein vollkommener Spiegel, sowie jeder vollkommen diathermane Körper kann selbst keine Strahlen aussenden; denn thäte er es, so würde [574] er (in eine Hülle von gleicher Temperatur eingeschlossen) diese Hülle mehr und mehr erwärmen und sich selbst mehr und mehr abkühlen.

§ 2.

Definitionen.

Vor einem Körper C, Fig. 1, denke man sich zwei Schirme S_1 und S_2 aufgestellt, in welchen die beiden Oeffnungen 1 und 2 sich befinden, deren Dimensionen unendlich klein gegen ihre Entfernung sind, und von denen eine jede einen Mittelpunkt hat. Durch diese Oeffnungen tritt ein

Bündel der Strahlen, die der Körper C aussendet. Von diesem Strahlenbündel betrachte man den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege denselben in zwei polarisirte Componenten, deren Polarisationsebenen die auf einander rechtwinkligen, durch die Axe des Strahlenbündels gehenden Ebenen a und b sind. $Ed\lambda$ sei die Intensität der nach a polarisirten Componente oder, was dasselbe ist, der Zuwachs, den die lebendige Kraft des Aethers oberhalb des Schirmes S_2 durch diese Componente in der Zeiteinheit erfährt. Die Grösse E heisse das Emissionsvermögen des Körpers C.



Auf den Körper C falle umgekehrt durch die Oeffnungen 2 und 1 ein Strahlenbündel von der Wellenlänge λ, das nach der Ebene a polarisirt ist; von diesem absorbirt der Körper einen Theil, während er das Uebrige reflectirt oder durchlässt; das Verhältniss der Intensität der absorbirten Strahlen zu der der auffallenden sei A und heisse das Absorptionsvermögen des Körpers C.

Die Grössen E und A hängen von der Natur und dem Zustande des Körpers C ab, ausserdem aber auch von der Lage und Gestalt der Oeffnungen 1 und 2, von der Wellenlänge λ und der Richtung der Ebene a.

[575] § 3.

Bei diesen Festsetzungen gilt der Satz:

Das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen ist für alle Körper bei derselben Temperatur dasselbe.

Es soll dieser Satz zuerst für den Fall bewiesen werden, dass man nur schwarze Körper mit einander vergleicht, also solche, deren Absorptionsvermögen $= 1$ ist; d. h. es soll gezeigt werden, dass das Emissionsvermögen aller schwarzen Körper bei derselben Temperatur dasselbe ist. Der Beweis dieses speciellen Satzes ist ähnlich dem des allgemeinen, aber einfacher; er wird daher das Verständniss des letzteren

erleichtern. Ueberdies werden Folgerungen, die aus dem speciellen Satze sich ergeben, bei dem Beweise des allgemeinen gebraucht.

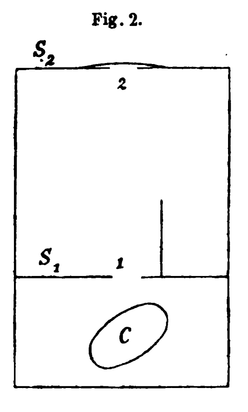
§ 4.

Beweis des Satzes § 3 für schwarze Körper.

Jener Körper C sei ein schwarzer; sein Emissionsvermögen, das im Allgemeinen durch E bezeichnet ist, werde e genannt; es soll bewiesen werden, dass e ungeändert bleibt, wenn C durch irgend einen anderen schwarzen Körper von derselben Temperatur ersetzt wird.

Man denke sich den Körper C in eine schwarze Hülle eingeschlossen, von der der Schirm S_1 einen Theil ausmacht; der zweite Schirm S_2 sei wie der erste aus einer schwarzen Substanz gebildet, und beide seien durch schwarze Seitenwände ringsum mit einander verbunden, wie Fig. 2 andeutet. Die Oeffnung 2 denke man sich zuerst durch eine gleichfalls schwarze Fläche, die ich die Fläche 2 nennen will, verschlossen. Das ganze System soll dieselbe Temperatur besitzen und die Hülle von Aussen her auf constanter Temperatur erhalten werden. Nach den in § 1 gemachten Auseinandersetzungen muss dann die lebendige Kraft der Strahlen, die der Körper C in einer gewissen Zeit aussendet, gleich sein der lebendigen Kraft der Strahlen, die er in derselben Zeit absorbirt; mit anderen Worten: die Summe der Intensitäten der Strahlen, die [576] er aussendet, muss gleich sein der Summe der Intensitäten der Strahlen, die ihn treffen, da er die letzteren, der Voraussetzung gemäss, vollständig absorbirt. Nun stelle man sich vor, dass die Fläche 2 entfernt und die frei gemachte Oeffnung verschlossen werde durch ein unmittelbar dahinter gesetztes Stück einer vollkommen spiegelnden Kugelfläche, die ihren Mittelpunkt in dem Mittelpunkt der Oeffnung 1 hat. Das Gleichgewicht der Temperatur wird auch dann bestehen. Jene Gleichheit der Intensität der Strahlen, die der Körper C aussendet, und derer, von welchen er getroffen wird, muss also auch jetzt

Fig. 2.



stattfinden. Da aber der Körper C jetzt dieselben Strahlen aussendet, wie in dem vorher gedachten Falle, so folgt, dass die Intensität der Strahlen, welche in beiden Fällen den Körper C treffen, dieselbe ist. Durch die Entfernung der Fläche 2 sind dem Körper C die Strahlen entzogen, die jene durch die Oeffnung 1 hindurchsendete; dafür wirft der an der Oeffnung 2 angebrachte Hohlspiegel gerade diejenigen Strahlen zu dem Körper C zurück, die dieser selbst durch die Oeffnungen 1 und 2 hindurchsendet, denn der Hohlspiegel entwirft von der Oeffnung 1 ein Bild, welches mit ihr selbst zusammenfällt*). Es ergiebt sich hieraus, dass die Intensität des Strahlenbündels, welches der Körper C durch die Oeffnungen 1 und 2 ausschickt, gleich ist der Intensität des Strahlenbündels, welches die schwarze Fläche 2 durch die Oeffnung 1 entsendet. Da diese Intensität unabhängig ist von der Gestalt und weiteren Beschaffenheit des schwarzen Körpers C, so ist es jene ebenfalls. Es wäre hiermit der ausgesprochene Satz bewiesen, wenn alle Strahlen der beiden eben mit einander verglichenen Strahlenbündel [577] von der Wellenlänge λ und nach der Ebene a polarisirt wären. Die beiden Strahlenbündel sind aber aus verschiedenartigen Theilen zusammengesetzt, und aus der Gleichheit der Intensitäten der ganzen Bündel lässt sich nicht unmittelbar auf die Gleichheit der Intensitäten der entsprechenden Theile schliessen.

Die nöthige Ergänzung des Beweises wäre leicht gegeben, wenn eine Platte als möglich angenommen werden könnte, die die Eigenschaft besässe, Strahlen, deren Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen und deren Polarisationsebene parallel der Ebene a ist, ungeschwächt hindurchzulassen, Strahlen von anderer Wellenlänge oder entgegengesetzter Polarisationsrichtung aber vollständig zu reflectiren. Dächte man die in Fig. 2 dargestellte Anordnung sich durch Anbringung einer solchen Platte vor der Oeffnung 1 modificirt, so gelangte man durch die in Bezug auf diese Figur angestellte Betrachtung unmittelbar zu dem zu beweisenden Satze.

Die Annahme, dass eine solche Platte möglich sei, ist aber durch Nichts gerechtfertigt. Dagegen ist eine Platte

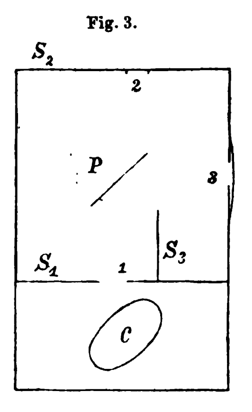
*) Von der Beugung der Strahlen an den Rändern der Oeffnung 2 kann man absehen, denn die Oeffnungen 1 und 2 können unendlich klein gegen ihre Entfernung und doch noch unendlich gross gegen die Wellenlängen, d. h. so gross angenommen werden, dass die Beugungserscheinungen unmerklich sind.[7])

möglich, welche von Strahlen, die sie in derselben Richtung treffen, verschieden viel hindurchlässt und reflectirt, je nach ihrer Wellenlänge und Polarisationsrichtung. Eine Platte, welche so dünn ist, dass sie in den sichtbaren Strahlen die Farben dünner Blättchen zeigt, und welche den Strahlen schief in den Weg gestellt ist, leistet dieses. Eine solche Platte soll benutzt werden bei dem Versuche, dessen Ausführung gedacht wird. Dabei soll aber eine solche Einrichtung getroffen werden, dass die beiden Strahlenbündel, um deren Vergleichung es sich handelt, nicht durch die Platte hindurchgehen, sondern von ihr reflectirt werden, und zwar unter dem Polarisationswinkel, während die Reflexionsebene mit der Ebene *a* zusammenfällt. Man erlangt dadurch den Vortheil, dass die senkrecht zu *a* polarisirten Strahlen aus der Betrachtung ganz fortfallen. Die Platte soll weiter aus einem vollkommen diathermanen Mittel gebildet sein; sie absorbirt dann keine Strahlen und sendet keine aus.

§ 5.

Bei der Fig. 2 beschriebenen Anordnung denke man sich zwischen die Oeffnungen 1 und 2 eine Platte der beschriebenen [578] Art gebracht, die durch P bezeichnet werden soll. Sie sei so gerichtet, dass das durch die Oeffnungen 1 und 2 tretende Strahlenbündel sie unter dem Polarisationswinkel trifft und die Einfallsebene die Ebene *a* ist. Die Wand, welche die Schirme S_1 und S_2 mit einander verbindet, sei so gestaltet, dass das Spiegelbild, welches die Platte P von der Oeffnung 2 entwirft, in ihr liegt; an dem Orte und von der Gestalt dieses Spiegelbildes denke man sich eine Oeffnung, welche ich die Oeffnung 3 nennen will. Die Oeffnung 2 sei durch eine schwarze Fläche von der Temperatur des ganzen Systems, die Oeffnung 3 einmal durch eine eben solche Fläche, die ich als die Fläche 3 bezeichnen werde, das andere Mal durch einen vollkommenen Hohlspiegel verschlossen, der seinen Mittelpunkt an dem Orte des Spiegelbildes hat, das die Platte P von dem Mittelpunkte der Oeffnung 1 entwirft. In beiden Fällen findet

Fig. 3.



ein Gleichgewicht der Wärme statt; durch eine Betrachtung, wie sie im vorigen Paragraphen durchgeführt ist, folgt daraus, dass die Summe der Intensitäten der Strahlen, die durch Entfernung der Fläche 3 dem Körper C entzogen werden, gleich ist der Summe der Intensitäten der Strahlen, die diesem durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt werden. Ein schwarzer Schirm (von der Temperatur des ganzen Systems), S_3, sei so aufgestellt, dass direkt keine von den Strahlen, die die Fläche 3 aussendet, die Oeffnung 1 treffen. Die erste Summe ist dann die Intensität der Strahlen, die von der Fläche 3 ausgegangen, an der Platte P reflectirt und durch die Oeffnung 1 getreten sind; sie werde durch Q bezeichnet. Die zweite Summe setzt sich aus zwei Theilen zusammen; der eine Theil rührt von dem Körper C her und ist:

$$= \int_0^\infty d\lambda\, e r^2 ,$$

wo r eine von der Beschaffenheit der Platte P und der Wellenlänge [579] λ abhängige Grösse bedeutet[8]); der zweite Theil rührt von Strahlen her, welche von einem Theile der schwarzen Wand ausgegangen sind, die die Schirme S_1 und S_2 verbindet, die Platte P durchdrungen haben, von dem Hohlspiegel und dann von der Platte P reflectirt sind; dieser Theil werde durch R bezeichnet. Es ist unnöthig, den Werth von R näher zu untersuchen; es genügt zu bemerken, dass R, ebenso wie Q, von der Beschaffenheit des Körpers C unabhängig ist. Zwischen den eingeführten Grössen besteht die Gleichung:

$$\int_0^\infty d\lambda\, e r^2 + R = Q.$$

Denkt man sich nun den Körper C durch einen anderen schwarzen Körper von derselben Temperatur ersetzt und bezeichnet man für diesen mit e', was man für jenen mit e bezeichnet hat, so gilt auch die Gleichung:

$$\int_0^\infty d\lambda\, e' r^2 + R = Q.$$

Hieraus folgt:

$$\int_0^\infty d\lambda (e - e') r^2 = 0.$$

Man nehme nun an, dass das Brechungsverhältniss der Platte P nur wenig von der Einheit verschieden ist. Aus der Theorie der Farben dünner Blättchen folgt[9]) dann, dass

$$r = \varrho \sin^2 \frac{p}{\lambda}$$

gesetzt werden kann, wo p eine mit der Dicke der Platte P proportionale, von λ unabhängige, ϱ eine von dieser Dicke unabhängige Grösse bedeutet. Hierdurch wird die abgeleitete Gleichung:

$$\int_0^\infty d\lambda (e - e') \varrho^2 \sin^4 \frac{p}{\lambda} = 0.$$

Daraus, dass diese Gleichung für jede Dicke der Platte P, also für jeden Werth von p bestehen muss, lässt sich schliessen, dass für jeden Werth von λ

[580] $$e - e' = 0$$

ist. Um den Beweis hierfür zu führen, setze man in jene Gleichung für $\sin^4 \frac{p}{\lambda}$:

$$\tfrac{1}{8}\left(\cos 4 \frac{p}{\lambda} - 4 \cos 2 \frac{p}{\lambda} + 3\right)$$

und differenzire sie zweimal nach p; man erhält dadurch:

$$\int_0^\infty d\lambda \frac{(e - e') \varrho^2}{\lambda^2} \left(\cos 4 \frac{p}{\lambda} - \cos 2 \frac{p}{\lambda}\right) = 0.$$

An Stelle von λ führe man nun eine neue Grösse α durch die Gleichung:

$$\frac{2}{\lambda} = \alpha$$

ein und setze:

$$(e - e') \varrho^2 = f(\alpha).$$

Man erhält dadurch:

$$\int_0^\infty d\alpha\, f(\alpha)(\cos 2p\alpha - \cos p\alpha) = 0.$$

Erwägt man, dass, wenn $\varphi(\alpha)$ eine beliebige Function von α bedeutet,

$$\int_0^\infty d\alpha\, \varphi(\alpha)\cos 2p\alpha = \tfrac{1}{2}\int_0^\infty d\alpha\, \varphi\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos p\alpha$$

ist, wovon man sich überzeugt, wenn man $\frac{\alpha}{2}$ für α setzt, so kann man dafür schreiben:

$$\int_0^\infty d\alpha \left[f\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 2f(\alpha)\right]\cos p\alpha = 0.$$

Diese Gleichung multiplicire man mit

$$dp\cos xp,$$

wo x eine willkürliche Grösse bedeutet, und integrire sie von $p = 0$ bis $p = \infty$. Nach dem *Fourier*'schen Satze, der durch die Gleichung:

[581] $$\int_0^\infty dp\cos px \int_0^\infty d\alpha\, \varphi(\alpha)\cos p\alpha = \frac{\pi}{2}\varphi(x)$$

ausgesprochen ist, erhält man dadurch:

$$f\left(\frac{x}{2}\right) = 2f(x)$$

oder

$$f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2f(\alpha).$$

Hieraus folgt, dass $f(\alpha)$ entweder für alle Werthe von α verschwindet oder unendlich gross werden muss, wenn α sich der Null nähert. Wenn α sich der Null nähert, wird λ unendlich. Erinnert man sich an die Bedeutung von $f(\alpha)$ und erwägt, dass ϱ ein echter Bruch ist, und dass weder e noch e' unendlich werden können, wenn λ ins Unendliche wächst, so sieht man ein, dass der zweite Fall nicht stattfinden kann und dass daher für alle Werthe von λ

$$e = e'$$

sein muss.

In ähnlicher Weise soll der Fall behandelt werden, dass der Körper C kein schwarzer, sondern ein beliebiger ist. Von demselben soll nicht vorausgesetzt werden, dass er homogen ist; theils an seiner Oberfläche, theils in seinem Innern werden daher die Strahlen, die von der schwarzen Hülle auf ihn fallen, die mannigfaltigsten Modificationen erleiden können. Aus diesem Grunde muss als Vorbereitung zu dem zu führenden Beweise eine Untersuchung der Strahlung, die zwischen schwarzen Flächen gleicher Temperatur durch beliebige Körper hindurch stattfindet, vorgenommen werden. Dieser Untersuchung, die sich auf den eben bewiesenen Satz stützt, sind die nächsten Paragraphen gewidmet.

§ 6.

Strahlung schwarzer Flächen gegen einander.

Wenn das Strahlenbündel, welches der schwarze Körper C durch die Oeffnungen 1 und 2 aussendet, theilweise geradlinig polarisirt wäre, so müsste die Polarisationsebene des polarisirten [582] Antheiles sich drehen, wenn der Körper C um die Axe des Strahlenbündels gedreht würde. Eine solche Drehung müsste daher den Werth von e ändern. Da nach der bewiesenen Gleichung eine solche Aenderung nicht eintreten kann, so hat das Strahlenbündel keinen geradlinig polarisirten Theil. Es lässt sich beweisen, dass dasselbe auch keinen circular polarisirten Theil haben kann. Der Beweis dafür soll aber hier nicht geführt werden. Auch ohne denselben giebt man zu, dass schwarze Körper sich denken lassen, in deren Structur kein Grund liegt, weshalb sie in irgend einer Richtung mehr rechts-circular polarisirte Strahlen als links-circular polarisirte Strahlen aussenden sollten. Von dieser Beschaffenheit sollen die schwarzen Körper, die in der weiteren Betrachtung vorkommen, vorausgesetzt werden; sie geben in allen Richtungen nichtpolarisirte Strahlen aus.

§ 7.

Die mit e bezeichnete Grösse hängt ausser von der Temperatur und der Wellenlänge von der Gestalt und relativen Lage der Oeffnungen 1 und 2 ab. Bezeichnet man durch w_1 und w_2 die Projectionen der Oeffnungen auf Ebenen, die

senkrecht auf der Axe des betrachteten Strahlenbündels stehen, und nennt s die Entfernung der Oeffnungen, so ist:

$$e = I\frac{w_1 w_2}{s^2},$$

wo I nur eine Function der Wellenlänge und der Temperatur bedeutet.

§ 8.

Da die Gestalt des Körpers C eine willkürliche ist, so kann man für denselben auch eine Fläche substituiren, welche die Oeffnung 1 gerade ausfüllt, und welche ich die Fläche 1 nennen will; der Schirm S_1 kann dann fortgedacht werden. Auch der Schirm S_2 kann fortgedacht werden, wenn man das Strahlenbündel, auf welches sich e bezieht, als dasjenige definirt, das von der Fläche 1 auf die Fläche 2 fällt, welche die Oeffnung 2 gerade ausfüllt.

[583] § 9.

Eine Folgerung aus der letzten Gleichung, die sich unmittelbar darbietet, und die später benutzt werden wird, ist die, dass der Werth von e ungeändert bleibt, wenn man die Oeffnungen 1 und 2 mit einander vertauscht denkt.

§ 10.

Es soll jetzt ein Satz bewiesen werden, welcher als eine Verallgemeinerung des im letzten Paragraphen ausgesprochenen Satzes betrachtet werden kann.

Zwischen den beiden schwarzen Flächen gleicher Temperatur 1 und 2 stelle man sich Körper vor, welche die Strahlen, die jene einander zusenden, auf beliebige Weise brechen, reflectiren und absorbiren. Es können mehrere Strahlenbündel von der Fläche 1 nach der Fläche 2 gelangen; unter diesen wähle man eins, betrachte von demselben bei 1 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege diesen in zwei Componenten, deren Polarisationsebenen die auf einander senkrechten (sonst beliebigen) Ebenen a_1 und b_1 sind. Was von der ersten Componente in 2 ankommt, zerlege man in zwei Componenten, deren Polarisationsebenen die auf einander senkrechten (sonst beliebigen) Ebenen a_2 und b_2 sind. Die Intensität der nach a_2 polarisirten

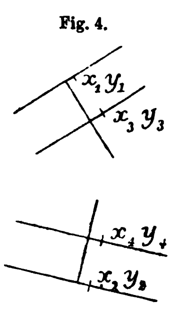
Componente sei $Kd\lambda$. Von dem Strahlenbündel, welches auf demselben Wege wie das vorige von 2 nach 1 geht, betrachte man bei 2 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege diesen in zwei nach a_2 und b_2 polarisirte Componenten. Was von der ersten Componente in 1 ankommt, zerlege man in zwei Componenten, deren Polarisationsebenen a_1 und b_1 sind. Die Intensität der nach a_1 polarisirten Componente sei $K'd\lambda$. Dann ist

$$K = K'.$$

Der Beweis dieses Satzes soll zunächst unter der Voraussetzung geführt werden, dass die betrachteten Strahlen auf ihrem Wege keine Schwächung erleiden, unter der Voraussetzung also, dass die Brechungen und Reflexionen ohne Verlust geschehen, dass Absorption nicht stattfindet, und dass die [584] aus 1 nach a_1 polarisirt austretenden Strahlen in 2 nach a_2 polarisirt ankommen, so wie umgekehrt.

Durch den Mittelpunkt von 1 lege man eine Ebene senkrecht zur Axe des hier austretenden oder ankommenden Strahlenbündels und denke sich in dieser ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Anfangspunkt jener Mittelpunkt ist. x_1, y_1 seien die Coordinaten eines Punktes der Ebene, Fig. 4. In der Einheit der Entfernung von dieser Ebene denke man sich eine zweite, ihr parallele und in dieser ein Coordinatensystem, dessen Axen parallel denen jenes sind und dessen Anfangspunkt in der Axe des Strahlenbündels liegt. x_3, y_3 seien die Coordinaten eines Punktes dieser Ebene. In ähnlicher Weise lege man durch den Mittelpunkt von 2 eine Ebene senkrecht zur Axe des hier austretenden oder auffallenden Strahlenbündels und führe in dieser ein rechtwinkliges Coordinatensystem ein, dessen Anfangspunkt der genannte Mittelpunkt ist. x_2, y_2 seien die Coordinaten eines Punktes der Ebene. In der Einheit der Entfernung von dieser Ebene und ihr parallel denke man sich endlich eine vierte und in derselben ein Coordinatensystem, dessen Axen den Axen der x_2, y_2 parallel sind und dessen Anfangspunkt in der Axe des Strahlenbündels liegt. x_4, y_4 seien die Coordinaten eines Punktes dieser vierten Ebene.

Fig. 4.



Von einem beliebigen Punkte (x_1, y_1) geht ein Strahl nach einem beliebigen Punkte (x_2, y_2); die Zeit, die er gebraucht, um von jenem Punkte nach diesem zu gelangen, sei T; sie ist eine Function von x_1, y_1, x_2, y_2, welche als bekannt vorausgesetzt werden soll. Wenn die Punkte (x_3, y_3) und (x_4, y_4) auf dem Wege des genannten Strahles liegen, so ist (wenn der Kürze wegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles im leeren Raume als Einheit angenommen wird) die Zeit, die der Strahl gebraucht, um von (x_3, y_3) nach (x_4, y_4) zu gelangen,

$$= T - \sqrt{1 + (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}$$
$$- \sqrt{1 + (x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2}.$$

[585] Gesetzt, die Punkte (x_3, y_3), (x_4, y_4) wären gegeben und die Punkte (x_1, y_1), (x_2, y_2) gesucht, so würde man diese finden können aus der Bedingung, dass der eben aufgestellte Ausdruck ein Minimum ist.[10]) Nimmt man an, dass die 8 Coordinaten $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$ unendlich klein sind, so drücken hiernach die folgenden Gleichungen die Bedingung dafür aus, dass die vier Punkte (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4) auf einem Strahle liegen:

$$x_3 = x_1 - \frac{\partial T}{\partial x_1} \qquad x_4 = x_2 - \frac{\partial T}{\partial x_2}$$
$$y_3 = y_1 - \frac{\partial T}{\partial y_1} \qquad y_4 = y_2 - \frac{\partial T}{\partial y_2}.$$

Nun sei (x_1, y_1) ein Punkt der Projection der Fläche 1 auf die Ebene der x_1, y_1, und dx_1, dy_1 ein Element dieser Projection, in dem der Punkt (x_1, y_1) liegt und das von einer höheren Ordnung unendlich klein ist, als die Flächen 1 und 2 es sind. (x_3, y_3) sei ein Punkt eines Strahls, der von (x_1, y_1) ausgehend die Fläche 2 trifft, dx_3, dy_3 ein Flächenelement, in dem der Punkt (x_3, y_3) liegt, von derselben Ordnung wie dx_1, dy_1. Die Intensität der Strahlen von den bezeichneten Wellenlängen und der gewählten Polarisationsrichtung, die von $dx_1\, dy_1$ ausgehend durch $dx_3\, dy_3$ treten, ist dann nach § 7:

$$d\lambda\, I\, dx_1\, dy_1\, dx_3\, dy_3.$$

Nach der gemachten Voraussetzung gelangt diese Strahlenmenge ungeschwächt auf die Fläche 2 und bildet ein Ele-

ment der mit $Kd\lambda$ bezeichneten Grösse. Es ist K das gehörig begrenzte Integral

$$I\iiiint dx_1\, dy_1\, dx_3\, dy_3\,.$$

Hier ist die Integration nach x_3 und y_3 über diejenigen Werthe auszudehnen, welche diese Grössen nach den für sie aufgestellten Gleichungen erhalten, während x_1 und y_1 constante Werthe behalten und x_2, y_2 alle Werthe annehmen, die den Punkten der Projection der Fläche 2 auf die Ebene der x_2, y_2 entsprechen; dann ist die Integration nach x_1, y_1 über die Projection der Fläche 1 auszuführen. Das in der bezeichneten Weise begrenzte Doppelintegral

[586]

$$\iint dx_3\, dy_3$$

ist aber

$$=\iint\left(\frac{\partial x_3}{\partial x_2}\frac{\partial y_3}{\partial y_2}-\frac{\partial x_3}{\partial y_2}\frac{\partial y_3}{\partial x_2}\right)dx_2\, dy_2$$

oder nach den Gleichungen für x_3, y_3

$$=\iint\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1\,\partial x_2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial y_1\,\partial y_2}-\frac{\partial^2 T}{\partial x_1\,\partial y_2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial x_2\,\partial y_1}\right)dx_2\, dy_2,$$

wo die Integration über die Projection der Fläche 2 auszudehnen ist. Hiernach wird:

$$K=I\iiiint\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1\,\partial x_2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial y_1\,\partial y_2}-\frac{\partial^2 T}{\partial x_1\,\partial y_2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial x_2\,\partial y_1}\right)dx_1\, dy_1\, dx_2\, dy_2,$$

wo die Integration über die Projectionen der Flächen 1 und 2 zu nehmen ist.

Behandelt man auf dieselbe Weise die mit K' bezeichnete Grösse und benutzt dabei, dass ein Strahl dieselbe Zeit gebraucht, um den Weg zwischen zwei Punkten in dem einen oder in dem anderen Sinne zurückzulegen, so findet man für K' denselben Ausdruck, der für K gefunden ist.

Hierdurch ist der ausgesprochene Satz bewiesen unter der beschränkenden Voraussetzung, unter der er zunächst bewiesen werden sollte. Diese Beschränkung wird aber unmittelbar gehoben durch eine von *Helmholtz* in seiner physiologischen Optik S. 169 gemachte Bemerkung. *Helmholtz* sagt hier (bei etwas anderer Bezeichnung): »Ein Lichtstrahl gelange nach beliebig vielen Brechungen, Reflexionen u. s. w.

von dem Punkte 1 nach dem Punkte 2. In 1 lege man durch seine Richtung zwei beliebige auf einander senkrechte Ebenen a_1 und b_1, nach welchen seine Schwingungen zerlegt gedacht werden. Zwei eben solche Ebenen a_2 und b_2 werden durch den Strahl in 2 gelegt. Alsdann lässt sich Folgendes beweisen: Wenn die Quantität i nach der Ebene a_1 polarisirten Lichts von 1 in der Richtung des besprochenen Strahls ausgeht und davon die Quantität k nach der Ebene a_2 polarisirten Lichts in 2 ankommt, so wird rückwärts, wenn die Quantität i nach a_2 [587] polarisirten Lichts von 2 ausgeht, dieselbe Quantität k nach a_1 polarisirten Lichts in 1 ankommen «*).

Benutzt man diesen Satz und bezeichnet mit γ den Werth des Verhältnisses $\frac{k}{i}$ für die beiden Strahlen, die zwischen den Punkten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) in dem einen und dem anderen Sinne sich bewegen, so erhält man sowohl für K als für K' einen Ausdruck, der von dem gefundenen nur dadurch sich unterscheidet, dass unter den Integralzeichen noch γ als Factor auftritt.

Die Gleichheit von K und K' findet hiernach auch dann statt, wenn γ einen verschiedenen Werth für die Strahlen hat, in welche eines der verglichenen Strahlenbündel getheilt werden kann; sie hört z. B. nicht auf, wenn ein Theil des Strahlenbündels durch einen Schirm aufgefangen wird.

§ 11.

Von denselben Strahlenbündeln, die im vorigen Paragraphen mit einander verglichen sind, gilt auch der folgende Satz: Von dem Strahlenbündel, welches von 1 nach 2 geht, betrachte man bei 2 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege diesen in zwei Componen-

*) Der Satz von *Helmholtz* gilt, wie dieser bemerkt, nicht, wenn die Polarisationsebene des Strahles eine Drehung erfährt, wie magnetische Kräfte sie nach der Entdeckung *Faraday*'s hervorbringen; man hat daher bei den folgenden Betrachtungen magnetische Kräfte sich als nicht wirksam zu denken. *Helmholtz* beschränkt seinen Satz auch durch die Annahme, dass das Licht keine Aenderung der Brechbarkeit erfahre, wie sie bei der Fluorescenz vorkommt; diese Beschränkung hört auf nöthig zu sein, wenn man bei der Anwendung des Satzes immer nur Strahlen einer Wellenlänge ins Auge fasst.

ten, die nach a_2 und b_2 polarisirt sind; die Intensität der ersten Componente sei $H d\lambda$. Von dem Strahlenbündel, welches von 2 nach 1 geht, betrachte man bei 2 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen und zerlege diesen in 2 Componenten, die nach a_2 und b_2 polarisirt sind. Was von der ersten Componente in 1 ankommt, sei $H' d\lambda$. Dann ist

$$H = H'.$$

[588] Der Beweis dieses Satzes ist der folgende. K und K' sollen dieselbe Bedeutung wie im vorigen Paragraphen haben;[11]) L und L' seien die Grössen, die aus K und K' entstehen, wenn die Ebene a_1 mit der Ebene b_1 vertauscht wird. Dann ist $L = L'$, ebenso wie $K = K'$. Weiter ist

$$H = K + L,$$

weil senkrecht auf einander polarisirte Strahlen nicht interferiren, wenn sie auf eine gemeinschaftliche Polarisationsebene zurückgeführt sind, falls sie Theile eines nichtpolarisirten Strahles sind, und nach §. 6 die Fläche 1 nichtpolarisirte Strahlen aussendet.

Endlich hat man

$$H' = K' + L',$$

weil zwei Strahlen, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander sind, nicht interferiren. Aus diesen Gleichungen folgt: $H = H'$.

§ 12.

Es habe Fig. 2 dieselbe Bedeutung, die in § 4 angegeben ist, nur sei der Körper C kein schwarzer, sondern ein beliebiger. Die Oeffnung 2 sei durch die Fläche 2 verschlossen. Diese Fläche sendet durch die Oeffnung 1 auf den Körper C ein Strahlenbündel, das von diesem zum Theil absorbirt, zum Theil durch Brechungen und Reflexionen nach verschiedenen Richtungen zerstreut wird. Von diesem Strahlenbündel betrachte man zwischen 2 und 1 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege denselben in zwei Componenten, die nach der Ebene a und der auf dieser senkrechten Ebene polarisirt sind. Was von der ersten Componente der Absorption durch den Körper C entgeht, also die schwarze Hülle trifft, in die der Körper C

eingeschlossen ist, sei $M'd\lambda$. Von den Strahlen, welche die Theile dieser Hülle dem Körper C zusenden, werden gewisse durch die Oeffnung 1 auf die Fläche 2 fallen; durch die Vermittelung des Körpers C wird so ein Strahlenbündel erzeugt, welches durch die Oeffnung 1 nach der Fläche 2 geht. Von diesem betrachte man den Theil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege [**589**] denselben in zwei Componenten, die nach a und der auf a senkrechten Ebene polarisirt sind. Die Intensität der ersten Componente sei $Md\lambda$. Dann ist

$$M = M'.$$

Die Richtigkeit dieses Satzes ergiebt sich aus dem Satze des vorigen Paragraphen, wenn man diesen auf alle Strahlenbündel anwendet, welche die Fläche 2 und je ein Element der schwarzen Hülle, die den Körper C umgiebt, durch Vermittlung des Körpers C mit einander austauschen, und dann die Summe der Gleichungen bildet, die man so erhält.

§ 13.

Beweis des Satzes § 3 für beliebige Körper.

Man denke sich die in Fig. 3 dargestellte und in § 5 beschriebene Anordnung; nur der Körper C sei kein schwarzer, sondern ein beliebiger. In den beiden dort bezeichneten Fällen findet auch dann das Gleichgewicht der Wärme statt; auch dann muss daher die lebendige Kraft, die durch Entfernung der schwarzen Fläche 3 dem Körper C entzogen wird, der lebendigen Kraft gleich sein, die diesem durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt wird. Die in § 5 gebrauchten Zeichen sollen in unveränderter Bedeutung hier benutzt werden; die Zeichen E und A sollen die in § 2 angegebene Bedeutung haben.

Wird die Fläche 3 entfernt, so werden dem Körper C die Strahlen entzogen, die diese Fläche ihm zusendete; die Intensität des Theiles dieser Strahlen, den er absorbirte, ist

$$= \int_0^\infty d\lambda \, e r A.$$

Nun sind die Strahlen aufzusuchen, die dem Körper durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt werden. Alle diese Strahlen müssen von dem Hohlspiegel nach der Platte P,

von dieser nach der Oeffnung 1 geworfen werden und diese in Richtungen passiren, als kämen sie von der Oeffnung 2 her. Sie haben, bevor sie den Hohlspiegel treffen, entweder schon eine Reflexion von demselben erlitten, oder nicht. In dem [**590**] ersten Falle können sie nur durch Vermittlung des Körpers C wieder zu dem Hohlspiegel zurückgelangt sein auf dem Wege, der dem eben beschriebenen entgegengesetzt ist. Es soll zunächst vorausgesetzt werden, dass der Körper C eine solche Lage hat, dass von Strahlen, die durch die Oeffnungen 2 und 1 zu ihm gelangen, nur ein unendlich kleiner Bruchtheil von ihm wieder durch die Oeffnung 1 nach der Oeffnung 2 zurückgeworfen wird. Dann hat von den Strahlen, um deren Untersuchung es sich handelt, nur ein unendlich kleiner Bruchtheil eine mehrmalige Reflexion am Hohlspiegel erlitten, und es ist ausreichend, die Strahlen zu betrachten, welche nur einmal am Hohlspiegel reflectirt sind. Von diesen ist ein Theil vom Körper C ausgegangen, der andere von der schwarzen Hülle. Der erste Theil hat eine zweimalige Reflexion an der Platte P erfahren; die lebendige Kraft, die von ihm der Körper C absorbirt, ist

$$=\int_0^\infty d\lambda E r^2 A.$$

Der zweite Theil, welcher von der schwarzen Hülle ausgegangen ist, kann wiederum als aus zwei Theilen bestehend angesehen werden, aus einem, der ohne, und einem zweiten, der durch Vermittlung des Körpers C zum Hohlspiegel gelangt ist. Jener rührt von Strahlen her, die von der dem Hohlspiegel gegenüberliegenden schwarzen Wand ausgegangen sind und die Platte P durchdrungen haben, von dem Hohlspiegel nach der Platte P und von dieser nach der Oeffnung 1 reflectirt sind. Ohne zu untersuchen, von welchem Theile der schwarzen Wand diese Strahlen ausgegangen sind, findet man ihre Intensität mit Hülfe des § 11 bewiesenen Satzes. Bei Rücksicht auf diesen ergiebt sich die Intensität derjenigen von diesen Strahlen, die von dem Körper C absorbirt werden,[12])

$$=\int_0^\infty d\lambda e r(1-r) A.$$

Um endlich die Intensität der Strahlen zu finden, welche

von der schwarzen Hülle[13]) ausgehend durch Vermittlung des Körpers [591] C nach dem Hohlspiegel, von diesem nach dem Körper C zurückgelangen und hier absorbirt werden, nenne man N den Werth, in welchen die § 12 mit M bezeichnete Grösse dadurch übergeht, dass die Platte P an ihren Ort gebracht und die Fläche 3 entfernt wird; die genannte Intensität ist dann

$$=\int_0^\infty d\lambda N r^2 A.$$

Der Unterschied von M und N rührt allein her von der Aenderung, welche die von der schwarzen Hülle durch die Oeffnung 1 auf den Körper C fallenden Strahlen durch Anbringung der Platte P und Entfernung der Fläche 3 erleiden. Denkt man sich, dass die Platte P an ihren Ort gebracht, die Fläche 3 aber nicht entfernt werde, so kann M gar keine Aenderung erfahren, da alle Strahlenbündel, welche nach der Oeffnung 1 gehen, ungeändert bleiben; das von der Fläche 2 herkommende Strahlenbündel z. B. erfährt durch Reflexion an der Platte P einen Verlust, der gerade ersetzt wird durch die Reflexion der von der Fläche 3 ausgehenden Strahlen. Der Unterschied $M - N$ ist daher allein durch die Entfernung der Fläche 3 hervorgebracht und ist also gleich dem Theile von M, der herrührt von den Strahlen, die die Fläche 3 durch Vermittlung der Platte P nach der Oeffnung 1 sendet. Nach der Voraussetzung, die in diesem Paragraphen über die Lage des Körpers C gemacht ist, ist daher $M - N$ unendlich klein gegen die Intensität der Strahlen von gleicher Wellenlänge, welche die Fläche 3 durch Vermittlung der Platte P nach der Oeffnung 1 sendet, also auch unendlich klein gegen die Intensität der Strahlen von gleicher Wellenlänge und der Polarisationsebene a, welche die Fläche 2 bei Abwesenheit der Platte P nach der Oeffnung 1 sendet, daher endlich auch unendlich klein gegen die § 12 durch M' bezeichnete Grösse (vorausgesetzt dass $1 - A$ nicht unendlich klein ist). Da aber, wie an dem eben angeführten Orte gezeigt, $M' = M$ ist, so kann man also setzen

$$N = M = M'.$$

Nach der von M' gegebenen Definition ist aber

592] $$M' = e(1 - A),$$
und daher
$$\int_0^\infty d\lambda N r^2 A = \int_0^\infty d\lambda e (1 - A) r^2 A.$$
Die am Anfange dieses Paragraphen ausgesprochene Behauptung wird daher durch die Gleichung ausgedrückt:
$$\int_0^\infty d\lambda e r A = \int_0^\infty d\lambda E r^2 A + \int_0^\infty d\lambda e r (1 - r) A + \int_0^\infty d\lambda e (1 - A) r^2 A,$$
oder durch die Gleichung:
$$\int_0^\infty d\lambda (E - A e) A r^2 = 0.$$
Durch dieselben Betrachtungen, die in § 5 in Bezug auf eine ähnliche Gleichung angestellt sind, gelangt man von dieser zu dem Schlusse, dass für jeden Werth von λ
$$\frac{E}{A} = e,$$
oder, wenn man für e seinen Werth aus § 7 setzt:
$$\frac{E}{A} = I \frac{w_1 w_2}{s^2}$$
ist.

Hierdurch ist der Satz § 3 bewiesen unter der Voraussetzung, dass von dem Strahlenbündel, welches von der Fläche 2 durch die Oeffnung 1 auf den Körper C fällt, kein endlicher Theil durch diesen nach der Fläche 2 zurückgeworfen wird; dass der Satz auch ohne diese Beschränkung gilt, sieht man ein, wenn man erwägt, dass, wenn die genannte Voraussetzung nicht erfüllt ist, man den Körper C nur unendlich wenig zu drehen braucht, um ihr zu genügen, und dass durch eine solche Drehung die Grössen E und A nur unendlich kleine Aenderungen erleiden können.

§ 14.

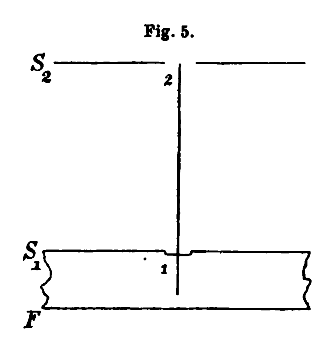
Eine Verallgemeinerung des Satzes § 3.

Die durchgeführten Betrachtungen setzen voraus, dass der Raum, in dem die Strahlung erfolgt, ein leerer ist. Dieselben

[593] Betrachtungen gelten aber auch, wenn dieser Raum durch irgend ein vollkommen diathermanes Mittel angefüllt ist; nur wird die Function I dann eine andere sein, als in jenem Falle. Das Zeichen I möge für den leeren Raum beibehalten und I' die entsprechende Function von Wellenlänge und Temperatur für ein gewisses diathermanes Mittel genannt werden; ist n das Brechungsverhältniss desselben bei der Temperatur und für die Wellenlänge, auf welche I und I' sich beziehen, so besteht eine einfache Relation zwischen I', I und n; dieselbe ergiebt sich, wie hier gezeigt werden soll, aus dem eben bewiesenen Satze.

Man denke sich eine von zwei parallelen Ebenen begrenzte Schicht des diathermanen Mittels, welche auf der einen Seite mit der schwarzen Fläche F in Berührung steht. Die Dicke der Schicht sei $= 1$. Für diesen Körper soll das Absorptionsvermögen A und das Emissionsvermögen E in Beziehung auf ein gewisses Strahlenbündel aufgesucht werden. Die Oeffnungen 1 und 2, welche die Gestalt des Strahlenbündels bestimmen, sollen sich in den Schirmen S_1 und S_2 befinden, von denen der erste die bisher als frei gedachte Fläche der Schicht bedeckt und der zweite jenem parallel ist; die Verbindungslinie der Mittelpunkte der Oeffnungen sei senkrecht zu den Schirmen. Von einem Strahlenbündel von gewisser Wellenlänge und Polarisationsrichtung, welches von der Oeffnung 2 nach der Oeffnung 1 gelangt, wird in der letzteren ein Bruchtheil, der durch ϱ bezeichnet werden möge, reflectirt; das Uebrige gelangt zur Fläche F und wird hier vollständig absorbirt; es ist daher

Fig. 5.



$$A = 1 - \varrho.$$

Um E zu finden, bezeichne man durch x, y, durch x_1, y_1 und durch x_2, y_2 die Coordinaten eines Punktes der Fläche F, der Oeffnung 1 und der Oeffnung 2, gerechnet von demjenigen Punkte, der in der Axe des Strahlenbündels sich befindet. [594] Liegen diese drei Punkte in einem Strahle, so muss, wenn s wieder die Entfernung der beiden Oeffnungen bedeutet,

$$n\left(1+\frac{(x_1-x)^2}{2}+\frac{(y_1-y)^2}{2}\right)+\left(s+\frac{(x_2-x_1)^2}{2s}+\frac{(y_2-y_1)^2}{2s}\right)$$

ein Minimum in Beziehung auf x_1 und y_1 sein[14]; d. h. es muss sein:

$$x=x_1-\frac{x_2-x_1}{ns},\ y=y_1-\frac{y_2-y_1}{ns}.$$

Sind w_1 und w_2 die Flächen der beiden Oeffnungen, so findet man durch eine Betrachtung, wie sie in grösserer Allgemeinheit in § 10 angestellt ist, die Intensität der Strahlen (von der Polarisationsebene a und Wellenlängen, die zwischen λ und $\lambda+d\lambda$ liegen), welche, von F auf die Oeffnung 1 fallend, Theile nach der Oeffnung 2 hinsenden[15],

$$=I'd\lambda w_1 w_2\left(\frac{\partial x}{\partial x_2}\frac{\partial y}{\partial y_2}-\frac{\partial x}{\partial y_2}\frac{\partial y}{\partial x_2}\right),$$

d. h.

$$=\frac{I'd\lambda w_1 w_2}{n^2 s^2}.$$

Von diesen Strahlen geht der Bruchtheil $1-\varrho$ durch die Oeffnung 1 und gelangt zur Oeffnung 2. Es ist also

$$E=(1-\varrho)\frac{I' w_1 w_2}{n^2 s^2}.$$

Setzt man diese Werthe von A und E in die Gleichung

$$\frac{E}{A}=I\frac{w_1 w_2}{s^2},$$

so ergiebt sich:[16]

$$I'=n^2 I.$$

§ 15.

Einige Folgerungen aus dem Satze § 3.

Wenn man einen bestimmten Körper, einen Platindraht z. B., allmählich erhitzt, so sendet er, bis seine Temperatur eine gewisse geworden ist, nur Strahlen aus, deren Wellenlängen grösser sind, als die der sichtbaren Strahlen. Bei einer gewissen Temperatur fangen Strahlen von der Wellenlänge des äussersten Roth an sich zu zeigen; steigt die Temperatur höher und höher, so kommen Strahlen von kleinerer und kleinerer [595] Wellenlänge hinzu, in der Art, dass bei jeder Tempe-

ratur Strahlen von einer entsprechenden Wellenlänge neu hinzutreten, während die Intensität der Strahlen grösserer Wellenlängen wächst. Wendet man den bewiesenen Satz auf diesen Fall an, so sieht man, dass die Function *I*, für eine Wellenlänge, gleich Null ist für alle Temperaturen unterhalb einer gewissen, der Wellenlänge entsprechenden Temperatur[17]) und für höhere Temperaturen mit diesen wächst. Hieraus folgt, wenn man nun denselben Satz auf andere Körper anwendet, dass alle Körper, wenn ihre Temperatur allmählich erhöht wird, bei derselben Temperatur Strahlen von derselben Wellenlänge auszusenden beginnen, also bei derselben Temperatur roth zu glühen, bei einer höheren, allen gemeinsamen, Temperatur gelbe Strahlen u. s. w. auszugeben anfangen. Die Intensität der Strahlen von gewisser Wellenlänge, welche verschiedene Körper bei derselben Temperatur ausschicken, kann aber eine sehr verschiedene sein; sie ist proportional mit dem Absorptionsvermögen der Körper für Strahlen der in Rede stehenden Wellenlänge. Bei derselben Temperatur glüht deshalb Metall lebhafter als Glas und dieses mehr als ein Gas. Ein Körper, der bei den höchsten Temperaturen ganz durchsichtig bliebe, würde niemals glühen. In einen aus Platindraht gebogenen Ring von etwa 5 mm Durchmesser brachte ich etwas phosphorsaures Natron und erhitzte dasselbe in der wenig leuchtenden Flamme der *Bunsen*'schen Gaslampe. Das Salz schmolz, bildete eine flüssige Linse und blieb dabei vollkommen klar; aber es leuchtete auch gar nicht, während der dasselbe berührende Platinring das lebhafteste Licht ausstrahlte.

Draper *) hat aus Versuchen den Schluss gezogen, dass alle festen Körper bei derselben Temperatur zu glühen beginnen. Bei seinen Versuchen hat er aber bemerkt, dass gewisse Körper, wie Kalk, Marmor, Flussspath, schon bei einer niedrigeren Temperatur leuchteten, als sie es nach diesem Satze hätten thun sollen; er nennt dieses Leuchten Phosphoresciren und sagt, dass es durch die Farbe sich deutlich von dem Glühen unterscheide. Welchen Namen man aber auch [596] diesem Leuchten geben möge, es ist im Widerspruche mit dem Satze § 3, und ein Körper, der es zeigt, muss daher der Voraussetzung nicht genügen, die bei dem Beweise dieses Satzes gemacht ist, er muss bei gleichbleiben-

*) Phil. Mag. XXX. p. 345; Berl. Ber. 1847.

der Temperatur nicht unverändert bleiben; das Phosphoresciren ist nicht eine reine Wirkung der Wärme, ist nicht ausschliesslich durch die Temperatur bedingt, sondern wird durch Veränderungen in dem Körper hervorgebracht; haben diese Veränderungen — mögen sie chemische oder von anderer Natur sein — aufgehört, so muss auch die Phosphorescenz verschwunden sein.

§ 16.

Aus dem Satze § 3 folgt, dass ein Körper, der von Strahlen einer Polarisationsrichtung mehr absorbirt, als von denen einer anderen, in demselben Verhältniss Strahlen von der ersten Polarisationsrichtung mehr aussendet, als von denen der zweiten. Es muss hiernach, wie es bekanntlich geschieht, ein glühender undurchsichtiger Körper, der eine glatte Oberfläche hat, in Richtungen, die schief zu dieser Oberfläche sind, Licht aussenden, das theilweise polarisirt ist, und zwar senkrecht zu der Ebene, die durch den Strahl und die Normale der Oberfläche geht; denn von einfallenden Strahlen, die senkrecht zur Einfallsebene polarisirt sind, reflectirt der Körper weniger, absorbirt also mehr, als von Strahlen, deren Polarisationsebene die Einfallsebene ist. Man kann nach jenem Satze den Polarisationszustand der ausgesendeten Strahlen leicht angeben, wenn man das Gesetz der Reflexion auffallender Strahlen kennt.

Eine zur optischen Axe parallel geschliffene Turmalinplatte absorbirt bei gewöhnlicher Temperatur von Strahlen, die sie senkrecht treffen, mehr, wenn die Polarisationsebene dieser der Axe parallel ist, als wenn die Polarisationsebene senkrecht zur Axe steht. Vorausgesetzt, dass die Turmalinplatte diese Eigenschaft bei der Glühhitze behält, muss sie bei dieser in einer zu ihr senkrechten Richtung Strahlen aussenden, die theilweise polarisirt sind, und zwar in der durch die optische Axe gelegten Ebene, in einer Ebene also, die senkrecht zu derjenigen ist, die die Polarisationsebene des Turmalins [597] genannt wird. Ich habe diese auffallende, aus der entwickelten Theorie sich ergebende Folgerung durch den Versuch geprüft, und sie hat sich bestätigt. Die benutzten Turmalinplatten ertrugen, in die Flamme der *Bunsen*schen Lampe gebracht, lange Zeit eine mässige Glühhitze, ohne eine bleibende Veränderung zu erleiden; nur an den Ecken zeigten sie sich nach dem Erkalten getrübt. Die

Eigenschaft, hindurchgehendes Licht zu polarisiren, kam ihnen auch in der Glühhitze zu, wenngleich in erheblich geringerem Grade, als bei niederer Temperatur. Es zeigte sich dieses, indem man durch ein doppeltbrechendes Prisma durch die Turmalinplatte hindurch nach einem Platindrahte sah, der in derselben Flamme glühte. Die beiden Bilder des Platindrahtes hatten eine ungleiche Helligkeit, doch war ihr Unterschied viel geringer, als wenn die Turmalinplatte ausserhalb der Flamme sich befand. Es wurde dem doppeltbrechenden Prisma die Stellung gegeben, bei der der Unterschied der Lichtstärke der beiden Bilder des Platindrahtes ein Maximum war; gesetzt, es wäre das hellere Bild das obere gewesen; es wurden dann, nach Entfernung des Platindrahtes, die beiden Bilder der Turmalinplatte mit einander verglichen. Es war das obere Bild, nicht auffallend, aber unzweifelhaft, dunkler als das untere; die beiden Bilder erschienen gerade, wie zwei gleiche, glühende Körper erschienen wären, von denen der obere eine niedrigere Temperatur als der untere besessen hätte.

§ 17.

Noch eine Folgerung aus dem bewiesenen Satze möge hier zum Schlusse Platz finden. Wenn ein Raum von Körpern gleicher Temperatur umschlossen ist, und durch diese Körper keine Strahlen hindurchdringen können, so ist ein jedes Strahlenbündel im Innern des Raumes seiner Qualität und Intensität nach gerade so beschaffen, als ob es von einem vollkommen schwarzen Körper derselben Temperatur herkäme, ist also unabhängig von der Beschaffenheit und Gestalt der Körper und nur durch die Temperatur bedingt. Die Richtigkeit dieser Behauptung sieht man ein, wenn man erwägt, dass ein Strahlenbündel, welches dieselbe Gestalt und die entgegengesetzte Richtung [598] als das gewählte hat, bei den unendlich vielen Reflexionen, die es nach einander an den gedachten Körpern erleidet, vollständig absorbirt wird. In dem Innern eines undurchsichtigen, glühenden Hohlkörpers von gewisser Temperatur findet hiernach auch immer dieselbe Helligkeit statt, welches auch im Uebrigen die Beschaffenheit desselben sein möge.

Anmerkungen.

I. Ueber die Fraunhoferschen Linien.

Dieser berühmte Aufsatz, durch welchen die Epoche der Spectraluntersuchungen eröffnet wird, ist zuerst erschienen in den Monatsberichten der Academie der Wissenschaften zu Berlin, October 1859; dann in Pogg. Ann. Bd. 109, p. 148, 1860. Später wurde er, ebenso wie die folgenden beiden Abhandlungen, vom Verf. aufgenommen in seine Gesammelten Abhandlungen, Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1882, wonach auch der vorliegende Neudruck veranstaltet ist.

1) *Zu S. 3.* Vgl. Bd. Nr. 72 dieser Klassiker.

II. Ueber den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme.

Zuerst erschienen in den Monatsberichten der Academie der Wissenschaften zu Berlin, December 1859.

2) *Zu S. 6.* Siehe die vorstehende Abhandlung.

3) *Zu S. 7.* Dieser Satz bezieht sich zunächst nur auf die gesammte Ausstrahlung und die gesammte Absorption. Es wird aber nun sogleich weiter gezeigt, dass derselbe Satz auch für die Ausstrahlung und Absorption jeder einzelnen Wellenlänge gilt.

4) *Zu S. 8.* D. h. die vom Körper c im Ganzen ausgestrahlte Wärme ist gleich der von c im Ganzen absorbirten Wärme.

5) *Zu S. 9.* Nach neueren Untersuchungen ist die Function $\frac{e}{a}$ für endliche Wellenlängen und endliche Temperaturen niemals genau gleich Null, sondern sie nähert sich der Null nur asymptotisch. Daraus folgt auch, dass beim allmählichen Erhitzen eines Körpers sich kein vollkommen scharf bestimmter

Punkt angeben lässt, bei welchem die Function für eine gewisse Wellenlänge aufhört = 0 zu sein.

III. Ueber das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht.

Dieser Aufsatz ist enthalten in den »Untersuchungen über das Sonnenspektrum und die Spektren der chemischen Elemente«, 2. Ausgabe, Berlin, Dümmler. 1862. Eine kürzere Darstellung findet sich unter demselben Titel Pogg. Ann. 109, p. 275, 1860.

6) *Zu S. 13.* Es ist wohl nicht überflüssig, hier zu bemerken, dass es bis jetzt noch nicht gelungen ist, eine exacte Definition eines »vollkommen schwarzen« Körpers, welche sich allgemein auf beliebig lange Wellen anwenden lässt, aufzufinden. Die Schwierigkeit liegt darin, dass im allgemeinen Falle die auf einen Körper auffallenden Wellen nicht unabhängig sind von dem Körper selbst. Letzteres wird zwar gewöhnlich — auch in der vorliegenden Abhandlung — stillschweigend als zutreffend angenommen, es ist aber nur dann richtig, wenn die Wellenlängen verschwindend klein sind gegen die Krümmungsradien aller Körperoberflächen. Zur Vermeidung eines Missverständnisses sei übrigens noch ausdrücklich erwähnt, dass der im § 1 unter den »Annahmen« befindliche Satz: »Alle Licht- und Wärmestrahlen, welche ein Körper aussendet, sind unabhängig von den Körpern, auf welche sie fallen«, durch die gemachte Bemerkung nicht berührt wird. Denn es ist wohl zu unterscheiden zwischen den Wellen, die ein Körper aussendet, und denen, die auf die umgebenden Körper fallen. Die ersteren sind ganz allgemein unabhängig von den umgebenden Körpern, nicht aber die letzteren, da die Wellen sich im Allgemeinen nicht geradlinig fortpflanzen.

7) *Zu S. 16.* In dieser Annahme steckt die Voraussetzung, dass alle in der Strahlung enthaltenen Wellenlängen verschwindend klein sind gegen die Entfernung der Oeffnungen 1 und 2. Vgl. die vorstehende Anmerkung.

8) *Zu S. 18.* r ist in der Formel mit dem Exponenten 2 versehen, weil die Strahlen, die, vom Körper C ausgehend, demselben Körper durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt werden, eine zweimalige Reflexion an der Platte P erleiden: einmal auf dem Wege von C nach dem Hohlspiegel, das andere Mal auf dem Rückweg nach C.

9) *Zu S. 19.* Vgl. *G. Kirchhoff*, Vorlesungen über mathematische Optik, herausgegeben von K. Hensel, Leipzig, 1891, p. 158. Dort findet sich in Gl. (4) als Intensität des an der Platte reflectirten Lichtes, in Bruchtheilen der Intensität des auffallenden Lichtes, der Werth:

$$I_r = \frac{4r^2 \sin^2 \frac{\eta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\eta}{2}}$$

Da nun das Brechungsverhältniss der Platte nur wenig von der Einheit verschieden sein soll, so wird in diesem Ausdruck r, das nur vom Einfalls- und vom Brechungswinkel abhängt, verschwindend klein, also der Nenner wesentlich $=1$. Aus demselben Grunde wird nach Gleichung (6)

$$\frac{\eta}{2} = \frac{D\cos\varphi}{\lambda} \cdot 2\pi$$

wobei D die Dicke der Platte und φ den Einfallswinkel bezeichnet. Setzt man also:

$$4r^2 = \varrho \quad \text{und} \quad D\cos\varphi \cdot 2\pi = p,$$

so resultirt für I_r der im Text mit r bezeichnete Werth.

10) *Zu S. 24.* Der Sinn dieses Satzes ist schwer zu verstehen, da eine Angabe der Nebenbedingungen leider unterlassen ist. Prüft man jedoch die aus dem Minimumsatz abgeleiteten Formeln, so findet sich, dass bei der Variation der Quadratwurzeln alle 8 Coordinaten $x_1, \ldots y_4$, dagegen bei der Variation von T nur die 4 Coordinaten x_1, y_1, x_2, y_2 als unabhängig veränderlich in Rechnung gesetzt sind. Es werden also bei der Variation von T die Punkte 3 und 4 als abhängig von den Punkten 1 und 2 behandelt, und der variirte Werth von T bezieht sich auf den Weg, den ein Strahl nimmt, wenn er zwischen den variirten Lagen der Punkte 1 und 2 — wir wollen sie mit 1′ und 2′ bezeichnen — nicht über die Punkte 3 und 4, sondern gemäss den Gesetzen der Brechung und Reflexion übergeht. Nun ist nach dem *Fermat*'schen Princip die Zeit des Lichtüberganges zwischen 2 bestimmten Punkten auf dem wirklichen Wege kürzer als auf jedem benachbarten; folglich ist für den Lichtübergang zwischen 1′ und 2′ in leicht verständlicher Beziehung:

$$T_{1'2'} < T_{1'3} + T_{34} + T_{42'}.$$